Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați valoarea de adevăr a propoziției „$\frac{1}{3}-\frac{1}{18}+\frac{1}{12}=\frac{13}{36}$“.
5p	**2.** Rezolvați sistemul de ecuații $\begin{cases}2x+3y=1\\3x+2y=-1\end{cases}$, $x,y\in\mathbb{R}$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $x^2+2x-3<0$.
5p	**4.** Determinați domeniul maxim de definiție D al funcției $f:D\to\mathbb{R}$, $f(x)=\log_2(3-x)$.
5p	**5.** Se consideră pătratul $ABCD$ de centru O. Arătați că $\overrightarrow{AO}=-\overrightarrow{CD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.
5p	**6.** Arătați că triunghiul care are laturile de $5\sqrt{2}$, 5 și 5 este dreptunghic isoscel.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=\log_3\left(3^x+3^y+1\right)$.
5p	**1.** Arătați că $0\circ 0=1$.
5p	**2.** Demonstrați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă pe $\mathbb{R}$.
5p	**3.** Determinați numărul real x pentru care $x\circ 0=x+1$.
5p	**4.** Arătați că $x\circ y>0$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$.
5p	**5.** Verificați dacă legea de compoziție „$\circ$” admite element neutru.
5p	**6.** Arătați că $(x\circ x)\circ x=\log_3\left(2+3^{x+1}\right)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}m & 1 & 2\\2 & -1 & m\\1 & 1 & 1\end{pmatrix}$ și sistemul (S) $\begin{cases}mx+y+2z=1\\2x-y+mz=2\\x+y+z=-1\end{cases}$, unde $m\in\mathbb{R}$.
5p	**1.** Pentru $m=1$, arătați că $\det A=3$.
5p	**2.** Calculați determinantul matricei A.
5p	**3.** Determinați numărul real pozitiv m pentru care $\det(2A)=-16$.
5p	**4.** Pentru $m=3$, verificați dacă tripletul $\left(\frac{7}{5},-\frac{8}{5},-\frac{4}{5}\right)$ este soluție a sistemului (S).
5p	**5.** Pentru $m=1$, rezolvați sistemul (S).
5p	**6.** Pentru $m=2$, arătați că sistemul (S) nu are soluții.

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Barem de evaluare și de notare

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{1}{3}-\frac{1}{18}+\frac{1}{12}=\frac{12}{36}-\frac{2}{36}+\frac{3}{36}$	**3p**
	Propoziția este adevărată	**2p**
2.	$x=-1$	**2p**
	$y=1\Rightarrow$ soluția sistemului este $(-1,1)$	**3p**
3.	$x^2+2x-3=0\Rightarrow x_1=1,\ x_2=-3$	**3p**
	Finalizare: $x\in(-3,1)$	**2p**
4.	$3-x>0$	**2p**
	$x<3\Rightarrow D=(-\infty,3)$	**3p**
5.	$\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO}$	**2p**
	$\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{BO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$	**2p**
	Finalizare	**1p**
6.	Triunghiul este isoscel	**1p**
	$\left(5\sqrt{2}\right)^2=5^2+5^2$	**2p**
	Din reciproca teoremei lui Pitagora triunghiul este dreptunghic	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$0\circ 0=\log_3\left(3^0+3^0+1\right)=$	**2p**
	$=\log_3 3=$	**2p**
	$=1$	**1p**
2.	$x\circ y=\log_3\left(3^x+3^y+1\right)$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$	**2p**
	$y\circ x=\log_3\left(3^y+3^x+1\right)$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$	**2p**
	Finalizare	**1p**
3.	$x\circ 0=x+1\Rightarrow\log_3\left(2+3^x\right)=x+1$	**2p**
	$2+3^x=3^{x+1}\Rightarrow 3^x=1$	**2p**
	$x=0$	**1p**
4.	$3^x>0,\ 3^y>0$ pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$	**2p**
	$3^x+3^y+1>1\Rightarrow\log_3\left(3^x+3^y+1\right)>0\Rightarrow x\circ y>0$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$	**3p**
5.	Dacă $e\in\mathbb{R}$ astfel încât $x\circ e=x\Rightarrow\log_3\left(3^x+3^e+1\right)=x$	**2p**
	$3^e=-1$	**1p**

	Finalizare: legea nu admite element neutru	**2p**
6.	$x \circ x = \log_3\left(2 \cdot 3^x + 1\right)$	**2p**
	$(x \circ x) \circ x = \log_3\left(2 \cdot 3^x + 1 + 3^x + 1\right) =$	**2p**
	$= \log_3\left(2 + 3^{x+1}\right)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$	**1p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$m = 1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	**3p**
	$\det A = 3$	**2p**
2.	$\det A = -m + 4 + m + 2 - m^2 - 2 =$	**3p**
	$= -m^2 + 4$	**2p**
3.	$\det(2A) = -16 \Rightarrow 2^3 \cdot (2 - m)(2 + m) = -16$	**2p**
	$4 - m^2 = -2 \Rightarrow m^2 = 6$	**1p**
	$m = \pm\sqrt{6} \Rightarrow m = \sqrt{6}$	**2p**
4.	$m = 3 \Rightarrow \begin{cases} 3x + y + 2z = 1 \\ 2x - y + 3z = 2 \\ x + y + z = -1 \end{cases}$	**2p**
	Verificare: $\left(\frac{7}{5}, -\frac{8}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ este soluție	**3p**
5.	$m = 1 \Rightarrow \begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x - y + z = 2 \\ x + y + z = -1 \end{cases}$	**2p**
	$x = -1,\ y = -2,\ z = 2$	**3p**
6.	$m = 2 \Rightarrow \begin{cases} 2x + y + 2z = 1 \\ 2x - y + 2z = 2 \\ x + y + z = -1 \end{cases}$	**2p**
	Scăzând primele 2 ecuații $\Rightarrow y = -\frac{1}{2}$	**1p**
	Înlocuind în prima și a treia ecuație $\Rightarrow \begin{cases} 2x + 2z = \frac{3}{2} \\ x + z = -\frac{1}{2} \end{cases}$, imposibil, deci sistemul nu are soluție	**2p**