Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}=0{,}111$.
5p	**2.** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $f(x)\geq g(x)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+1$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x^2}=2^{4x-3}$.
5p	**4.** O firmă folosește 5000 de lei pentru publicitate, sumă care reprezintă 5% din profitul anual al firmei. Calculați profitul anual al firmei.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(8,3)$ și $C(0,3)$. Calculați aria triunghiului ABC.
5p	**6.** Arătați că $2\sin^2 30°+2\cos^2 60°=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=xy+3x+3y+6$.
5p	**1.** Arătați că $0\circ(-3)=-3$.
5p	**2.** Arătați că $x\circ y=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Arătați că $(-3)\circ x=-3$, pentru orice număr real x.
5p	**4.** Verificați dacă $e=-2$ este element neutru al legii de compoziție „$\circ$”.
5p	**5.** Calculați $(-2016)\circ(-2015)\circ\ldots\circ(-3)$.
5p	**6.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x\circ x\circ x=5$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5&2\\2&1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.
5p	**1.** Arătați că $\det A=1$.
5p	**2.** Arătați că $A^2-6A=-I_2$, unde $A^2=A\cdot A$.
5p	**3.** Determinați numerele reale x pentru care $\det(xA)=4$.
5p	**4.** Arătați că $\det\left(A^2-6A+aI_2\right)\geq 0$, pentru orice număr real a, unde $A^2=A\cdot A$.
5p	**5.** Determinați inversa matricei B, unde $B=A+I_2$.
5p	**6.** Determinați matricele $X=\begin{pmatrix}a&b\\b&a\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$, știind că $\det X=8$.

Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{1}{10}=0,1$, $\frac{1}{100}=0,01$, $\frac{1}{1000}=0,001$	**3p**
	$0,1+0,01+0,001=0,111$	**2p**
2.	$f(x)\geq g(x)\Leftrightarrow 2x-1\geq x+1$	**2p**
	$x\geq 2\Leftrightarrow x\in[2,+\infty)$	**3p**
3.	$x^2=4x-3\Leftrightarrow x^2-4x+3=0$	**3p**
	$x_1=1$ și $x_2=3$	**2p**
4.	$5\%\cdot x=\frac{x}{20}$, unde x este profitul anual al firmei	**3p**
	$\frac{x}{20}=5\ 000\Rightarrow x=100\ 000$ de lei	**2p**
5.	$BC=8$ și lungimea înălțimii din A este 3	**3p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{8\cdot 3}{2}=12$	**2p**
6.	$\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$, $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$	**2p**
	$2\sin^2 30^\circ+2\cos^2 60^\circ=2\cdot\frac{1}{4}+2\cdot\frac{1}{4}=1$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$0\circ(-3)=0\cdot(-3)+3\cdot 0+3\cdot(-3)+6=$	**2p**
	$=0+0-9+6=-3$	**3p**
2.	$x\circ y=xy+3x+3y+9-3=$	**2p**
	$=x(y+3)+3(y+3)-3=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$(-3)\circ x=((-3)+3)(x+3)-3=$	**3p**
	$=0-3=-3$, pentru orice număr real x	**2p**
4.	$x\circ(-2)=(x+3)((-2)+3)-3=x+3-3=x$	**2p**
	$(-2)\circ x=((-2)+3)(x+3)-3=x+3-3=x$, pentru orice număr real x, deci $e=-2$ este element neutru al legii de compoziție „$\circ$”	**3p**
5.	$x\circ(-3)=-3$, pentru x număr real	**2p**
	$(-2016)\circ(-2015)\circ\ldots\circ(-3)=((-2016)\circ(-2015)\circ\ldots\circ(-4))\circ(-3)=-3$	**3p**
6.	$x\circ x=(x+3)^2-3$, $x\circ x\circ x=(x+3)^3-3$	**2p**
	$(x+3)^3-3=5\Leftrightarrow(x+3)^3=8\Leftrightarrow x=-1$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}5 & 2\\ 2 & 1\end{vmatrix}=5\cdot 1-2\cdot 2=$	**3p**
	$=5-4=1$	**2p**
2.	$A^2=A\cdot A=\begin{pmatrix}29 & 12\\ 12 & 5\end{pmatrix}$	**2p**
	$A^2-6A=\begin{pmatrix}29 & 12\\ 12 & 5\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}30 & 12\\ 12 & 6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}=-I_2$	**3p**
3.	$xA=\begin{pmatrix}5x & 2x\\ 2x & x\end{pmatrix}\Rightarrow \det(xA)=\begin{vmatrix}5x & 2x\\ 2x & x\end{vmatrix}=x^2$	**3p**
	$x^2=4\Leftrightarrow x_1=-2$ şi $x_2=2$	**2p**
4.	$A^2-6A+aI_2=\begin{pmatrix}a-1 & 0\\ 0 & a-1\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A^2-6A+aI_2\right)=\begin{vmatrix}a-1 & 0\\ 0 & a-1\end{vmatrix}=$	**3p**
	$=(a-1)^2\geq 0$, pentru orice număr real a	**2p**
5.	$B=\begin{pmatrix}6 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$, $\det B=\begin{vmatrix}6 & 2\\ 2 & 2\end{vmatrix}=8\neq 0$	**2p**
	$B^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{1}{4} & -\frac{1}{4}\\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4}\end{pmatrix}$	**3p**
6.	$\det X=\begin{vmatrix}a & b\\ b & a\end{vmatrix}=a^2-b^2$, deci $\det X=8\Leftrightarrow a^2-b^2=8\Leftrightarrow (a-b)(a+b)=8$	**2p**
	Cum a şi b sunt numere întregi, obţinem matricele $X=\begin{pmatrix}-3 & -1\\ -1 & -3\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}-3 & 1\\ 1 & -3\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}3 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}$ sau $X=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 1 & 3\end{pmatrix}$	**3p**