Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2+3\right):\frac{28}{9}=1$.
5p	**2.** Arătați că $f(1)-f(-1)=4$ pentru orice număr real m, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+m$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x^2+3}=2^{4x}$.
5p	**4.** Prețul unui obiect este 1200 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 5%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,6)$ și $B(2,3)$. Determinați distanța de la punctul O la punctul C, unde C este simetricul punctului A față de punctul B.
5p	**6.** Calculați aria triunghiului ABC, știind că $m(\sphericalangle B)=45^\circ$ și $AB=AC=4$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x+y-2017$.
5p	**1.** Arătați că $2000*17=0$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziție „$*$” este asociativă.
5p	**3.** Demonstrați că $a*(a+2017)=(a+1009)*(a+1008)$, pentru orice număr real a.
5p	**4.** Determinați numărul real x, știind că $4^x*2^x=-2011$.
5p	**5.** Determinați cel mai mare număr natural n, pentru care $n*n\le n$.
5p	**6.** Arătați că numărul $\frac{2}{3-\sqrt{5}}*\frac{2}{3+\sqrt{5}}$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&2\\2&2\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.
5p	**1.** Calculați $\det A$.
5p	**2.** Demonstrați că inversa matricei A este matricea $\begin{pmatrix}-1&1\\1&-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$.
5p	**3.** Arătați că $A\cdot A-3A=2I_2$.
5p	**4.** Determinați numerele reale x, știind că $\det(A-xI_2)=2$.
5p	**5.** Determinați numărul real a, știind că $A\cdot A\cdot A=aA+6I_2$.
5p	**6.** Determinați numerele reale p și q, pentru care $A\cdot X=X\cdot A$, unde $X=\begin{pmatrix}2&1\\p&q\end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(\frac{1}{3}\right)^2+3=\frac{1}{9}+3=\frac{28}{9}$	**3p**
	$\frac{28}{9}:\frac{28}{9}=1$	**2p**
2.	$f(1)=2+m$	**2p**
	$f(-1)=-2+m \Rightarrow f(1)-f(-1)=2+m-(-2+m)=4$, pentru orice număr real m	**3p**
3.	$x^2+3=4x \Leftrightarrow x^2-4x+3=0$	**3p**
	$x=1$ sau $x=3$	**2p**
4.	După prima scumpire cu 5%, prețul obiectului este $1200+5\%\cdot 1200=1260$ de lei	**3p**
	După a doua scumpire cu 5%, prețul obiectului este $1260+5\%\cdot 1260=1\,323$ de lei	**2p**
5.	$C(2,0)$	**3p**
	$OC=2$	**2p**
6.	ΔABC este dreptunghic în A, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC}{2}=\frac{4\cdot 4}{2}=$	**3p**
	$=8$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$2000*17=2000+17-2017=$	**3p**
	$=2017-2017=0$	**2p**
2.	$(x*y)*z=(x+y-2017)*z=(x+y-2017)+z-2017=x+y+z-4034$	**2p**
	$x*(y*z)=x*(y+z-2017)=x+(y+z-2017)-2017=x+y+z-4034=(x*y)*z$, pentru orice numere reale x, y și z, deci legea de compoziție „$*$” este asociativă	**3p**
3.	$a*(a+2017)=a+(a+2017)-2017=2a$	**2p**
	$(a+1009)*(a+1008)=(a+1009)+(a+1008)-2017=2a=a*(a+2017)$, pentru orice număr real a	**3p**
4.	$4^x+2^x-2017=-2011 \Leftrightarrow 4^x+2^x-6=0 \Leftrightarrow (2^x+3)(2^x-2)=0$	**3p**
	Cum $2^x>0$, obținem $x=1$	**2p**
5.	$n*n\le n \Leftrightarrow n+n-2017\le n \Leftrightarrow n\le 2017$	**3p**
	2017 este cel mai mare număr natural n pentru care are loc relația	**2p**
6.	$\frac{2}{3-\sqrt{5}}*\frac{2}{3+\sqrt{5}}=\frac{2}{3-\sqrt{5}}+\frac{2}{3+\sqrt{5}}-2017=$	**2p**
	$=\frac{2(3+\sqrt{5})+2(3-\sqrt{5})}{4}-2017=3-2017=-2014$, care este număr întreg	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 2 & 2\end{vmatrix}=1\cdot 2-2\cdot 2=$	**3p**
	$=2-4=-2$	**2p**
2.	$A\cdot\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\cdot(-1)+2\cdot 1 & 1\cdot 1+2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\\ 2\cdot(-1)+2\cdot 1 & 2\cdot 1+2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=I_2$	**2p**
	$\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}\cdot A=\begin{pmatrix}(-1)\cdot 1+1\cdot 2 & (-1)\cdot 2+1\cdot 2\\ 1\cdot 1+\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot 2 & 1\cdot 2+\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=I_2$, deci matricea $\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ este inversa matricei A	**3p**
3.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}5 & 6\\ 6 & 8\end{pmatrix}$, $3A=\begin{pmatrix}3 & 6\\ 6 & 6\end{pmatrix}$	**3p**
	$A\cdot A-3A=\begin{pmatrix}5 & 6\\ 6 & 8\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3 & 6\\ 6 & 6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}=2I_2$	**2p**
4.	$A-xI_2=\begin{pmatrix}1-x & 2\\ 2 & 2-x\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A-xI_2)=\begin{vmatrix}1-x & 2\\ 2 & 2-x\end{vmatrix}=x^2-3x-2$	**3p**
	$x^2-3x-2=2\Leftrightarrow x^2-3x-4=0\Leftrightarrow x=-1$ sau $x=4$	**2p**
5.	$A\cdot A=3A+2I_2\Rightarrow(A\cdot A)\cdot A=(3A+2I_2)\cdot A=3A\cdot A+2A=3(3A+2I_2)+2A=11A+6I_2$	**3p**
	Cum matricea A este nenulă, $11A+6I_2=aA+6I_2\Leftrightarrow a=11$	**2p**
6.	$A\cdot X=\begin{pmatrix}2+2p & 1+2q\\ 4+2p & 2+2q\end{pmatrix}$, $X\cdot A=\begin{pmatrix}4 & 6\\ p+2q & 2p+2q\end{pmatrix}$	**2p**
	Cum $\begin{pmatrix}2+2p & 1+2q\\ 4+2p & 2+2q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 6\\ p+2q & 2p+2q\end{pmatrix}$, obținem $p=1$ și $q=\frac{5}{2}$	**3p**