**Examenul național de bacalaureat 2021**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_tehnologic***
**BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE**

**Testul 6**

***Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale***

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $\frac{1}{\sqrt{5}-2}-\sqrt{5}=\frac{\sqrt{5}+2}{\left(\sqrt{5}\right)^2-4}-\sqrt{5}=$ | **3p** |
| | $=\sqrt{5}+2-\sqrt{5}=2$ | **2p** |
| **2.** | $f(a)=2a^2+5a+2 \Rightarrow 2a^2+5a+2=a$ | **2p** |
| | $2a^2+4a+2=0$, de unde obținem $a=-1$ | **3p** |
| **3.** | $\log_4(3x+1)=2 \Rightarrow 3x+1=4^2 \Rightarrow 3x+1=16$ | **3p** |
| | $x=5$, care convine | **2p** |
| **4.** | Mulțimea $A$ are $6$ elemente, deci sunt $6$ cazuri posibile | **2p** |
| | Numerele $x\in A$ pentru care $x^2$ este număr impar sunt $5$, $7$ și $9$, deci sunt $3$ cazuri favorabile | **2p** |
| | $p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ | **1p** |
| **5.** | Mijlocul segmentului $BC$ are coordonatele $\frac{4+a}{2}$, respectiv $\frac{3+b}{2} \Rightarrow 2=\frac{4+a}{2}$, deci $a=0$ | **3p** |
| | $-1=\frac{3+b}{2} \Rightarrow b=-5$ | **2p** |
| **6.** | $BC=15$ | **2p** |
| | $h=\frac{AB\cdot AC}{BC}=\frac{9\cdot 12}{15}=7{,}2$ | **3p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $\det A=\begin{vmatrix}4 & 2\\ 3 & 2\end{vmatrix}=4\cdot 2-2\cdot 3=$ | **3p** |
| | $=8-6=2$ | **2p** |
| **b)** | $(A-2I_2)\cdot(A-4I_2)=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 3 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 2\\ 3 & -2\end{pmatrix}=$ | **2p** |
| | $=\begin{pmatrix}6 & 0\\ 0 & 6\end{pmatrix}=6I_2$ | **3p** |
| **c)** | $A\cdot X=\begin{pmatrix}4a+2c & 4b+2d\\ 3a+2c & 3b+2d\end{pmatrix}$ și $3A+4X=\begin{pmatrix}12+4a & 6+4b\\ 9+4c & 6+4d\end{pmatrix}$, unde $X=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$, cu $a$, $b$, $c$ și $d$ numere reale | **3p** |
| | $\begin{pmatrix}4a+2c & 4b+2d\\ 3a+2c & 3b+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}12+4a & 6+4b\\ 9+4c & 6+4d\end{pmatrix}$, deci $a=7$, $b=4$, $c=6$ și $d=3$, de unde obținem $X=\begin{pmatrix}7 & 4\\ 6 & 3\end{pmatrix}$ | **2p** |

| | | |
|---|---|---|
| **2.a)** | $1*3=1\cdot 3-\frac{12}{1+3}+\frac{3}{1}+\frac{3}{3}=$<br>$=3-3+3+1=4$ | **3p**<br>**2p** |
| **b)** | $x*x=x\cdot x-\frac{12}{x+x}+\frac{3}{x}+\frac{3}{x}=$<br>$=x^2-\frac{6}{x}+\frac{3}{x}+\frac{3}{x}=x^2-\frac{6}{x}+\frac{6}{x}=x^2$, pentru orice $x\in M$ | **2p**<br>**3p** |
| **c)** | $n*n=n^2$, $(n*n)*(n*n)=n^2*n^2=n^4$, pentru orice număr natural nenul $n$<br>$n^4=1$ și, cum $n$ este număr natural nenul, obținem $n=1$ | **3p**<br>**2p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $f'(x)=\frac{0-2(2x-2)}{\left(x^2-2x+2\right)^2}=\frac{4-4x}{\left(x^2-2x+2\right)^2}=$<br>$=\frac{4(1-x)}{\left(x^2-2x+2\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$ | **3p**<br>**2p** |
| **b)** | $f(2)=1$, $f'(2)=-1$<br>Ecuația tangentei este $y-f(2)=f'(2)(x-2)$, adică $y=-x+3$ | **2p**<br>**3p** |
| **c)** | $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'(a)$, pentru orice număr real $a$<br>$f'(a)=0\Leftrightarrow\frac{4(1-a)}{\left(a^2-2a+2\right)^2}=0$, de unde obținem $a=1$ | **2p**<br>**3p** |
| **2.a)** | $\int_1^4 f(x)dx=\int_1^4 e^x dx=e^x\Big\vert_1^4=$<br>$=e^4-e=e\left(e^3-1\right)$ | **3p**<br>**2p** |
| **b)** | $\int_1^2 xf(x)dx=\int_1^2 xe^x dx=\int_1^2 x\left(e^x\right)' dx=\left(xe^x-e^x\right)\Big\vert_1^2=$<br>$=e^2-0=e^2$ | **3p**<br>**2p** |
| **c)** | Cum $a$ este număr real, $a>0$, obținem $\int_{-a}^0 f(x)dx=\int_{-a}^0\left(\frac{2x}{x^2+1}+1\right)dx=$<br>$=\int_{-a}^0\frac{\left(x^2+1\right)'}{x^2+1}dx+\int_{-a}^0 1dx=\ln\left(x^2+1\right)\Big\vert_{-a}^0+x\Big\vert_{-a}^0=-\ln\left(a^2+1\right)+a$<br>$a-\ln\left(a^2+1\right)=a-\ln(a+1)\Rightarrow a^2=a$ și, cum $a>0$, obținem $a=1$ | **3p**<br>**2p** |