Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Testul 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$r=3 \Rightarrow a_1=2$, $a_4=11$	**3p**
	$a_1+a_2+a_3+a_4=2+5+8+11=26$	**2p**
2.	$f(a)=3a-8$, $f(1)=-5$	**2p**
	$a(3a-8)=-5 \Leftrightarrow 3a^2-8a+5=0$, de unde obținem $a=1$ sau $a=\frac{5}{3}$	**3p**
3.	$25-x=x+5$	**2p**
	$x=10$, care convine	**3p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 4 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 3 moduri, deci se pot forma $4\cdot 3=12$ numere	**3p**
5.	$3=2\cdot 2+a$	**3p**
	$a=-1$	**2p**
6.	$\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\operatorname{tg}60°=\sqrt{3}$, $\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$	**3p**
	$4\sin 60°(\operatorname{tg}60°-\cos 30°)=4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=2\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=3$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}2 & 1\\ -1 & -3\end{vmatrix}=2\cdot(-3)-1\cdot(-1)=$	**3p**
	$=-6+1=-5$	**2p**
b)	$B(1)=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 3 & 6\end{pmatrix}$, $B(-1)=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 3 & 6\end{pmatrix} \Rightarrow B(1)B(-1)+3A=\begin{pmatrix}2 & 5\\ 15 & 33\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6 & 3\\ -3 & -9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & 8\\ 12 & 24\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}8 & 8\\ 12 & 24\end{pmatrix}=4\begin{pmatrix}a & a\\ 3 & 6\end{pmatrix}$, de unde obținem $a=2$	**2p**
c)	$A-2I_2=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & -5\end{pmatrix} \Rightarrow \det(A-2I_2)=1$, deci matricea $A-2I_2$ este inversabilă și $(A-2I_2)^{-1}=\begin{pmatrix}-5 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$	**3p**
	$X=B(0)\cdot(A-2I_2)^{-1}$, de unde obținem $X=\begin{pmatrix}0 & 0\\ -9 & -3\end{pmatrix}$	**2p**
2.a)	$3*4=(2\cdot 3-4+1)(2\cdot 4-3+1)=$	**3p**
	$=3\cdot 6=18$	**2p**
b)	$x*y=(2x-y+1)(2y-x+1)=(2y-x+1)(2x-y+1)=$	**2p**

	$=y*x$, pentru orice numere reale x și y , deci legea de compoziție „*” este comutativă	**3p**
c)	$(2m)*n=(4m-n+1)(2n-2m+1)$, pentru orice numere naturale m și n	**2p**
	$(4m-n+1)(2n-2m+1)=13$ și, cum m și n sunt numere naturale, obținem perechile $(2,8)$ sau $(4,4)$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{2(x+5)-(2x+7)}{(x+5)^2}=$	**3p**
	$=\frac{2x+10-2x-7}{(x+5)^2}=\frac{3}{(x+5)^2}$, $x\in(-5,+\infty)$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x+7}{x+5}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x\left(2+\frac{7}{x}\right)}{x\left(1+\frac{5}{x}\right)}=$	**2p**
	$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2+\frac{7}{x}}{1+\frac{5}{x}}=2$, deci dreapta de ecuație $y=2$ este asimptota orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	**3p**
c)	Tangenta la graficul funcției f în punctul $(a,f(a))$ este paralelă cu dreapta de ecuație $y=3x+5 \Leftrightarrow f'(a)=3$, $a\in(-5,+\infty)$	**2p**
	$\frac{3}{(a+5)^2}=3$ și, cum $a\in(-5,+\infty)$, obținem $a=-4$	**3p**
2.a)	$\int_1^3\left(f(x)+2\sqrt{x}\right)dx=\int_1^3(x+2)dx=\left(\frac{x^2}{2}+2x\right)\Big\vert_1^3=$	**3p**
	$=\frac{21}{2}-\frac{5}{2}=8$	**2p**
b)	$f'(x)=\left(x-2\sqrt{x}+2\right)'=1-2\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}+0=$	**3p**
	$=1-\frac{1}{\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}=g(x)$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$, deci funcția f este o primitivă a funcției g	**2p**
c)	$\int_1^2\frac{1}{f(x^2)}dx=\int_1^2\frac{1}{x^2-2x+2}dx=\int_1^2\frac{(x-1)'}{(x-1)^2+1}dx=\operatorname{arctg}(x-1)\Big\vert_1^2=$	**3p**
	$=\operatorname{arctg}1-\operatorname{arctg}0=\frac{\pi}{4}$	**2p**